在非线性系统中的微观粒子的特性和非线性量子力学理论

庞小峰

（电子科技大学生命科学与技术学院，四川，成都，610054）

摘要　在非线性系统中由于存在着与粒子状态相关的非线性相互作用，微观粒子的状态和特征相对于线性系统而发生了很大变化。原有的线性型的量子力学理论不能使用去很好地描述这些微观粒子的状态和特征。至此，必然要发展新的理论。本文研究了微观粒子在非线性作用下的运动特性和本性的变化，说明了在线性作用和非线性场中微观粒子的性质是明显不同的，启使我们必须建立微观粒子在非线性场中运动的新理论。接着我们研究了与微观量子效应迥然不同的宏观量子效应与非线性作用的孤立子运动的紧密关系，结合现代孤立子理论和超导与超流理论，我们首先提出了非线性量子力学的基本原理及在此基础上建立了系统、完整的非线性量子力学理论体系，并得到的一些新结论。最后我们还论证了这个理论的正确性和自洽性，它的运用范围以及它的重大意义。

关键词　　非线性　　量子力学　　微观粒子

在 20 世纪初期，由于经典理论的困难，由一批科学巨匠和大师建立了现代物理学或科学的基础的量子力学，给物理学化学和生物学与数学以及社会科学的发展带来繁荣，并增加了人类的智慧，其影响力是巨大的和长远的。在人们尽情使用并取得大量成果的时候，决不要忘记该理论存在的诸多困难和局限性。而且这些问题和局限性随着科学技术的发展越来越显示出来，促使包括科学大师爱因斯坦在内的几代科学家的认真研究和激烈的争论，至今未能很好的解决，成为科学的一大难题。

经过二十年的艰苦研究，最近几年里我连续出版了或将要出版三本专著：《非线性量子力学理论》[1]（大约 123.5 万字）、《孤子物理学》[2] (131.6 万字)和将要出版的专著《quantum mechanics in nonlinear systems》[3]，在这三本专著特别是英文版专著中，我详细和全面系统深入地描述了线性量子力学的困难，建立了非线性量子力学的必要性和重要性，它的物理理论、实验基础和数学基础，所提出的非线性量子力学的基本原理和理论及该理论的特点。由该理论给出的微观粒子的波-粒双重性和其它特性及产生这些特性的非线性相互作用的类型及产生的机理，如何求解非线性量子力学问题，在不同非线性系统中微观粒子的运动特征以及它的自洽性和正确性和线性量子力学的关系等问题。这些问题全面揭示了微观粒子在非线性系统的运动行为，这对于认识它的本性具有重要意义，因此本问题的研究具有重大的科学价值。在这篇短文中介绍这个新的非线性量子力学理论一些有关的基本问题，供参考。

一、发展量子力学的必要性和方向

在 19 世纪末期人们用成熟的经典物理理论来研究微观粒子引起的物理现象时遇到了不可克服的困难，即是我们常说的四大困难。这些困难迫使我们对组成宏观物体的微观粒子本性的再认识。由于微观粒子的质量太小（大约为 10^{-23}-10^{-25}g）,运动速度又快，不能把它与宏观粒子有完全等同起来。普朗克和德布罗意等人突破传统的粒子概念，大胆地提出微

*教授，博士生导师,美国纽约科学院的 Membership 和美国科学发展联合会成员。

观粒子具有波一粒二象性的特性，革新了我们对粒子的认识。在 20 世纪初期，玻尔、海森堡和薛定谔等人在这新的思想基础上，提出了 8 条基本假设，建立起了描述具有量子特征的微观粒子在线性场中运动规律和特征的量子力学理论。这个理论的一个基本点是微观粒子的状态用一个波函数来描述，它在非相对论情况下满足 Schrödinger 方程，在相对论情况下满足 Klein-Gordon 方程。由于这两类方程都是粒子状态的线性函数，它本身又满足线性的迭加原理，理论所采用的都是厄米的线性算符，于是我们在这里称它为线性量子力学（LQM）。通过几十年的运用与实践，线性量子力学取得了很大成就，得到了许多体系中理论与实验较一致的结果。但正因为这个理论的线性性再加上该理论的动力学方程，即线性 Schrödinger（LSE）方程仅能表现粒子的波动性，不能表现微观粒子的粒子性，至此波恩引入了对波函数的统计解释，以此来弥补它不能表示微观粒子的颗粒特性的这一缺陷。但这却带来线性量子力学的许多矛盾和问题，再加之原有的线性量子力学的诸多基本问题，如波函数的意义，波一粒二象性和测不准关系等长期争论不休。量子力学的奠基人玻尔为首的哥本哈根学派与相对论之父爱因斯坦等人论战了半个多世纪，一直到死，都未得出一个明确结论。最后德布罗意等人在长期研究后得出：“如果今日波动力学不能清楚地解释粒子与波动的关系,那就是由于它事先限制了自己在线性理论的框架之中”的结论[4]。为此，我们须认真地分析 Schrödinger 方程：

$$i\eta\frac{\partial y}{\partial t}=-\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y+V(x,t)y \qquad (1)$$

显然，它是的线性波动方程，它的解必然满足线性迭加原理和正交归一化条件等。该理论的研究粒子的运动规律非常简单，只要知道粒子所处的势场就能决定粒子在任何深刻，任何地点的状态和特征。但是从（1）式求在任何势场下的解时，永远得不到一个在时-空中稳定的粒子解，同时不论你采取什么迭加手段和方法，也得不到一个不弥散的稳定波解来。还会推出测不准关系，如△p△x≥h/2 来，即粒子的动量和位置永远不能同时测准。检查起来，产生这些结果的根本原因是：（1）式是仅存在色散效应的线性方程，因此粒子的特征仅由这个色散效应决定。于是由（1）描述的粒子总是弥散于所在空间，而不可能局域。而外加势场 V（x）由于与粒子的状态无关。所以它不可能改变粒子的本质特性仅能改变粒子的外貌。因此，由（1）式所描述的粒子是永远不能局域的。从而微观粒子总是波的形式存在于所在空间，理所当然的它仅有波动性，而不能表现出粒子特性。至此造成了测不准关系的出现，给线性量子力学带来一系列困难。因此该理论仅能对包含有较少粒子的氢原子、氢分子和氦原子能给出精确解，遇到复杂原子，分子和凝聚态物质就困难重重。这些矛盾和困难是线性量子力学本身的特性和局限性造成的。为解决这些困难，德布罗意在原量子力学的理论框架内提出了双重解理论(1).他认为:“相当于波动力学中传播方程的每一个连续解 $\psi=ae^{ip/h}$,必然有一个与 ψ 具有相同相 q 的奇异解 $u=fe^{ip/h}$。但他未给出 u 的具体形式。他还认为:”*u* 波表示的是一个以奇异点（或区）为中心的广延波动现象，代表了真正的“粒子”客体，即他把粒子表示成一种嵌入广延波动现象中的奇异区来获得与粒子的综合。他还认为这个 u 波在奇异区中满足一个非线性的偏微分方程，但他未能找到这个方程的具体形式，这就是说，德布罗意虽然知道了线性量子力学的严重问题，还人为地引入一些基本假设来建立运动方程的双重解理论，试图解决这些困难。但因无任何实际的物

理系统来证实自己的假设及理论，同时理论还有些不能自圆其说的地方，最后未能如愿。由此看来线性量子力学需要改造和发展这是共同的声音。但是到底如何改造？又如何发展呢？几十年的研究并未找到一个好的方向，这是非常遗憾的事。不过，德布罗意的一些研究思想启发了我们必须把线性量子力学向非线性方向发展和推进，这是值得认真思索的。

事实上，由（1）式表示的线性薛定谔方程（LSE）是 LQM 中最基本动力学方程，它充分表现了微观粒子具有波动性的这一基本特点，因此如果我们要知道在非相对论线性情况下的微观粒子的运动状态、规律和特点，就只须研究（1）式的 LSE 的解及其特点即可。在一定程度上可以这样讲，微观粒子在各种情况下的动力学特点就是解在不同势下的 LSE。但是 LSE 却不能表现微观粒子的另一个基本特性—粒子性。但若在（1）式中加一项与粒子的状态波函数相关的非线性项 $b|\psi|^2\psi$，则就变成以下的非线性薛定谔方程（NLSE）[2]-[4]

$$i\eta\frac{\partial}{\partial t}y=-\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y-b(x,t)|y|^2y+V(x,t)y \qquad (2)$$

在这种情况下，它描述的粒子具有什么的特点和遵守什么样的运动规律？等等问题，显然是我们十分关切的。

在（2）式中的 V（x,t）是外势场。如果 V=0，（2）式的解由 Zakharov 和 Shabat[5]用反散射法求得：

$$y=A_0\sec h\left\{\frac{A_0}{\sqrt{2\eta_0}}(x-u_et)\right\}\exp\left\{i\frac{u_e}{2\eta}(x-u_ct)\right\},A_0=\sqrt{\frac{u_e^2-2u_eu_c}{2}} \qquad (3)$$

这是一波包型的孤立波，其包络波为 $A_0\sec h\left[\frac{A_0}{\sqrt{2\eta_0}}(x-u_et)\right]$，波速（群速度）为 υ_e，载波为谐和波 $\exp\left\{i\frac{u_e}{2\eta}(x-u_ct)\right\}$，载波以速度 υ_c 携带包络波在时—空中传播。有人证明了[5-7]这个波解（3）是十分稳定的，即使有这种形式的两列相碰撞后，它的波形、速度和振幅等都不会改变，就象经典物理中两个粒子的碰撞的物理图象一样。因此人们称它为孤立子。可以看到解（3）式中的包络就是德布罗意在双重解理论中所要求的 u 解和相应的粒子，它由一个连续波导向，在它中的一个“奇异”区域具有很大值，代表了粒子的质心位置，具体说代表粒子的所在位置，并有一个延伸的波动现象，它表现了粒子的波动特性。因此这种波可描述具有波—粒二性的微观粒子，我们的理论研究和实际观察证明也确实如此。

由此使我们看到，当描述粒子运动方程由 LSE 的（1）式演变为 NLSE 的（2）式，它的解由一个不稳定的波包变成一个稳定的孤立子。那么，为什么会出现这种情况呢？仔细研究起来，是由于（2）式中同时存在色散项和非线性项所致。我们知道，色散项（$\nabla^2\psi$），可以使波分裂、田奇变，使波包不稳定，正如在（1）式中所表现出来的那样。而非线性项（$b|\psi|^2\psi$）也有使波变形的作用。但是若在一个系统中同时出现这两种效应（即在一方程中同时出现），并相互抵消时，非线性项就会象德布罗意所讲的那样，象一个“量子势”阻止或抑制了色散效应引起的弥散作用，从而形成了一稳定的孤立波。因此，在一个色散的线性介质中，如果缺乏非线性作用的存在，所以永远不会出现孤立子解的。由粒子的定义及实验证实，孤立子是既具有波动性又具有粒子性的新型准粒子。这表明非线性作用抑

制了微观粒子的弥散效应，将仅具有波动性的粒子变成了具有波一粒双重性的粒子，即由于与粒子状态相关的非线性作用改变了粒子的特性，变成了具有波一粒双重性的孤立子。

现在我们考查在改变外势场 V（x,t）时，（2）式的解有何变化。当 V（x）=const.时，（2）式解可求得[8]为

$$\Phi=\sqrt{\frac{2b}{b}}\operatorname{sec}h\left\{\sqrt{b}\left[x-u_e(t-t_0)\right]\right\}\exp\left\{\frac{u_e}{2}\left[x-(b-\frac{u_e^2}{2}-c)t\right]\right\} \tag{4}$$

它仍是 Schrödinger 孤立子解，只是它的群速度、相速度和振幅发生了一些变化。

当 V（x）=2αx 时，（2）式的解我们可求得[8]为

$$\Phi=\sqrt{\frac{2b}{b}}\operatorname{sec}h\left[\sqrt{\frac{b}{\eta}}(x+bt^2-ct-x_0)\right]\exp i\left[(at+r)\frac{x}{\eta}+\frac{A}{\eta}t-\frac{b}{\eta}t^2-\frac{c}{\eta}t^3\right] \tag{5}$$

当 V（x）=kx^2 时[7，9]，则为

$$\Phi=f(x-u(t))e^{iq(x,t)},u(t)=2\cos(2\sqrt{k}t)tu_0(t)$$

$$q(x,t)=\left[-2\sqrt{k}\sin(2\sqrt{k}t)t\frac{u_0}{2}\right]x-\int_t^0\{-k\left[2\cos(2\sqrt{k}t')+u_0(t')\right]^2$$

$$+\left[-2\sqrt{k}\sin(2\sqrt{k}t')+\frac{u_0(t)}{2}\right]\}+g_0 \tag{6}$$

（5）式和（6）式仍表示是一个 Schrödinger 孤立子的解。（6）式表示是以一个正比与$\sqrt{K}$的频率振荡的孤立子。

原则上，我们可以求出 V（x）为任何势情况下的（2）式的解[7，9]，我们可以看到它们都有一个孤立子解[9]，同时它们形式基本相同，只是速度振幅等有些不同罢了。

由以上研究可知，由（1）式永远得不到一具稳定孤立子解，不论如何改变 V（x,t）的形式。而（2）式总有一个 Schrödinger 孤立子解。它的这一特性也不会随外势场的改变而改变。是什么原因引起这种现象呢？这是由于孤立子的形成是体系或粒子系的内因决定的。在（2）式色散项（$-\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y$）是表示粒子动能项，它表示了粒子永远处在运动之中。非线性项（b｜$\psi|^2\psi$）由于与粒子的波函数有关，它表示了粒子的自相互作用。这些都是粒子及体系的本身特性的表现，即是内因。而外势场 V（x,t）是外因，孤立子的性质和本性是粒子系的本质即内因决定，它与外场无关，外场只影响它的表观特性如速度和振幅的变化。我们研究在外电磁场中粒子的运动特点时也证明这个论点是正确的。因此，孤立子的形成和运动形态变化体现了辨证唯物主义著名论点：“内因是变化的根据，外因是变化的条件，外因通过内因而起作用”。这一研究表明：微观粒子在仅有色散作用存在时，表现出弥散的特性，它几率的形式出现于所存在的空间的任何地方，这就自然使微观粒子具有不确定性，其动量和坐标也不能同时确定（即有测不准关系存在）。但是当微观粒子受到非线性作用时，这个非线性作用使微观粒子的弥散性受到强烈约束，被束缚或局域为

其动量和坐标可以同时确定的、不弥散的稳定实体，表现出明显的粒子性出来。这就是说，非线性作用已改变了微观粒子的本性，将其弥散的形式变成一个稳定的、不弥散的实体（粒子）。介于这些特点，结合孤立子理论，我们提出了下面的非线性量子力学的基本假设。

二、非线性量子力学的基本原理

经过二十多年复杂的研究，我在十多年前提出了现代非线性量子力学的基本原理。

原理 1 处于非线性量子力学系统中的粒子用波函数 ψ=f（x,t）$e^{i\theta（x,t）}$来描述，它的绝对值平方，不再表示粒子在对空中某一点出现的几率密度，而表示在该点的粒子的密度，它是时间和位置的函数。所以“几率”的概念在非线性量子力学中已经失效了。波函数的振幅 f（x,t）和相位场 θ（x,t），都有实际的物理意义，满足特定的方程式。

原理 2 波函数 ψ（x,t）满足特定的非线性偏微分方程，而不是 LQM 中的 LSE 方程和 Klien-Gordon 方程式。在非相对论情况下，为广义的 NLSE 方程式

$$i\eta\frac{\partial y}{\partial t}=-\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y-K|y|^2 y+V(x,t)y+A \qquad （7a）$$

或者

$$m\frac{\partial y}{\partial t}=-\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y-K|y|^2 y+V(x,t)y+A \qquad （7b）$$

这里 V（x,t）是外势场，μ 是复数。

在相对论情况下，满足广义的 SG 方程或 ψ^4-场方程

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=b\sin y+A',\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=b\sin y+\frac{\partial y}{\partial t} \quad (i=1,2,3) \qquad （8）$$

和

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\pm a y\ \mu\ b(x)y^3=A' \qquad （9）$$

因此，非线性量子力学基本原理比线性量子力学的八个基本假设简单得多，仅有两条。众所周知，越多的基本假定，就严密限制了建立的理论的实用范围。于是我们可预计新理论有多大的应用范围。

三、建立非线性量子力学的物理基础和数学基础

为什么我们能提出这些非线性量子力学的基本原理呢？它们是从何而来？为什么它们能描述在非线性微观粒子？只要我们认真研究当代物理学所获得的成果，并结合到现代孤立子理论可很好这些问题。

我们回忆一下 57 年获得诺贝尔奖金的 BCS 超导理论和随后超导和超流液氦理论的结果可知超导和超流系统是一个真正的非线性量子系统。例如，在超导体中，描述超导电子的宏观量子波函数是表示的：

$$y(r,t)=j(r,t)y_0\exp[iq(r,t)] \qquad （10）$$

$(y_0=\pm\sqrt{a/2l})$ 它与我们的基本假设（1）完全一致[7]。在无外场时，满足下面 Gintziberg-Laudan 方程：

$$\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y - a y + 2 l y^3 = 0 \qquad (11)$$

在电磁场中，它们遵从以下的 GL 方程

$$\frac{\eta^2}{2m}(\nabla - \frac{ie^*}{c\eta}A)^2 y - a y + 2 l y^3 = 0$$

$$j = \frac{e^*\eta}{2mi}(y^*\nabla y - y\nabla y^*) - \frac{e^{*2}}{mc}|y|^2 A \qquad (12)$$

在含时的非平衡态系统中，遵从含时的 GL 方程，其中一种形式为

$$i\eta\frac{\partial}{\partial t}y + \frac{\eta^2}{2m\Gamma}\nabla^2 y + \frac{l}{\Gamma}|y|^2 y = \left(\frac{a}{\Gamma} - 2e\Phi(x)\right) \text{（无外场）} \qquad (13)$$

和存在电磁场时的

$$i\eta\frac{\partial}{\partial t}y = -\frac{\eta^2}{2m}(\nabla - \frac{2ie}{\eta c})^2 y + a y - l|y|^2 y$$

$$j = -s\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}A + \frac{e^*\eta}{2mi}(y^*\nabla y - y\nabla y^*) - \frac{e^{*2}}{mc}|y|^2 A \qquad (14)$$

这里 σ 是正常态的导电率，Γ 是任意常数，Φ 是化学势。

对超流液氦系统中，超流液氦有效波函数（或序参量）ψ 所满足的 GP 方程

$$i\eta\frac{\partial}{\partial t}y = -\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 y + g|y|^2 y - m y \qquad (15)$$

以及再相对论情况下的 GPA 方程

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\nabla^2 y + a^2 y = -l|y|^2 y \qquad (16)$$

其中 $\alpha^2=m^2c^2/\hbar^2$，$\lambda=2mg/\hbar^2$。以及在超导结中由 Josephson 关系式，超导电子波函数的相位差 $\psi=\Delta\theta$ 所满足方程或磁通线沿超导结传输方程

$$\nabla^2 y - \frac{1}{V_0^2}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}y + r_0\frac{\partial}{\partial t}y) = \frac{1}{l_f^2}\sin y + I_0 \qquad (17)$$

这里 $V_0 = \left(\frac{C^2}{4pcd}\right)^{1/2}$，$r_0=1/RC$，$\lambda_J=(C^2\hbar/4\pi de^*)^{1/2}$。$I_0=4\pi J_0e^*d/\hbar C^2$。d 是结的厚度，R 和 C 是它的电阻和电容，$J_0$ 是外加常电流，等等。非常惊奇，以上这些方程却与上述的 NLSE 和 NLKGE 在含时（非定态）和不含时（定态）下的具体表示式（7）-（8）式完全相同。这决不是一种偶然的巧合，而是表征了一个客观事实，即，我们提出的基本原理反映了客观存在的现实物理系统中粒子运动规律，即上述的 NLSE（7）和 NLKGE（8-9）是可以真正描述客观存在的超导和超流系统的，其中的波函数 ψ（r,t）和 ψ（x,t）就代表客观存在

的超导电子和超流氦原子的本质和特性，用另一句话讲，它们本身就是一类特殊的孤立子。它们是由正常电子和氦原子在较低温下，由电—声子相互作用或原子—原子相互作用引起的体系的对称性的自发破缺所产生的非线性作用，使这些电子和原子“凝聚”成孤立子，即体系提供的非线性相互作用迫使超导体中的原弥散的电子和超流体中的氦原子“凝聚”为以一定速度运动的局域孤立子。这真实地证明了上述的 NLSE 确实能够描述一些真实的物理粒子的运动特性和规律，能作为在非线性情况的运动方程，而超导和超流系统就是一个真正的非线性量子力学系统。正因为如此，第一个提出电子一声子相互作用的超导机理的 Frohlich 并未能建立起完整正确的超导理论。其根本原因是它的理论基础是建立在线性量子微扰理论的基础上的，而未采用非线性理论的缘故造成的。只有后来 Cooper 提出 Cooer 对的概念，BCS 三人用非线性的超导波函数和哈密顿量或自由能表示才正确地建立起了现代超导理论。上述方程（11）的孤立子解为[10]

$$y = \pm\sqrt{\frac{a}{2l}}\,\sec h\left[\frac{a_1(x-x_1)+a_2(y-y_1)+a_3(z-z_1)}{\sqrt{2}x(T)(a_1^2+a_2^2+a_3^2)^{1/2}}\right]e^{iq} \qquad (18)$$

对于（13）式的 GL 方程的严格解析解为[10, 11]

$$y^2 = y_0\left\{u_0 - g\sec h^2\left[(\frac{1}{2}gb)^{\frac{1}{2}}(\frac{a_1x+a_2y+a_3z}{(a_1^2+a_2^2+a_3^2)^{\frac{1}{2}}})\right]\right\}e^{iq} \qquad 19)$$

$$H = -\frac{jmc(2gb)^{\frac{1}{2}}}{e^{*2}y^2j^2}\left\{cth^3\left[(\frac{1}{2}gb)^{\frac{1}{2}}(\frac{a_1x+a_2y+a_3z}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}})\right]+cth\left[(\frac{1}{2}gb)^{\frac{1}{2}}(\frac{a_1x+a_2y+a_3z}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}})\right]\right\}$$

对于（14）式在 ψ=-KEx 的条件下的一般解析解为[9]

$$y = \left(\frac{2b\Gamma}{l}\right)^{\frac{1}{2}}\sec h\left\{\sqrt{b}\left[\left(\frac{2M\Gamma}{\eta^2}\right)^{\frac{1}{2}}x+\frac{2eEkt^2-ct-d}{\eta}\right]\right\}\bullet$$
$$\exp\left\{i\left[\left(\frac{-2eEkt}{\eta}+c\right)\left(\frac{2M\Gamma}{\eta^2}\right)^{\frac{1}{2}}x+\left(b-\frac{a}{\Gamma}-\frac{c^2}{4}\right)t/4-\frac{4(ekE)^2t^2}{3\eta^2}-\frac{ckeEt^2}{\eta}\right]\right\} \qquad (20)$$

对于（15）式的解析解为

$$y = \sqrt{\frac{2b}{|g|}}\sec h\{\sqrt{b}[x-u_e'(t-t_0)]\}\exp\left\{i\left[\frac{u_e'}{2}x-(b'-\frac{u_e'^2}{4}+m)t\right]\right\} \qquad (21)$$

对于（16）式的解为

$$y = \sqrt{\frac{w^2-a^2-k^2}{2l}}\tanh\sqrt{a}(\vec{P}\cdot\vec{r}-\Omega t)\exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-wt) \qquad (22)$$

以上这些解可以证明是一个稳定的孤立子解。由于以上 ψ 表示在临界温度下所形成的超导态和超流态中超导电子和超流液氦原子的运动状态的，因此这一研究证明了这种状态

中出现的超导电子和超流液氦就是一种特殊的 Schrödinger 孤立子。不论在均匀、非均匀超导体或超流体，或超导结，也不论有无外场或高速、还是低速情况下都是如此，即超导电子和超流液氦的孤立子的本质不会改变。我们还求出了这些孤立子相应的质量和能量。

那么表示这些孤立子的波函数 ψ 描述的是什么样的物理状态呢？直此，我们从现代超导和超流理论出发，运用描述这种状态的存在的哈密顿函数，严格证明了，它们是由于非线性作用的存在，引起系统的对称性的自发破缺，产生了二级相变，出现了自发的相干态和波色凝聚现象[12]，从而使处于这一系统中的粒子改变其状态，以孤立子形式运动，即是非线性作用使体系的对称性自发破缺，从而使超导体中的电子和超流体中的氦原子自发地凝聚为具有确定能量、动量和电荷的孤立子。对于这种相干状态，我们总可以用 $\psi=j\ e^{i\theta}\psi_0$ 的这类宏观量子波函数来表示。其中$|\psi|^2=(\varphi\psi_0)^2$ 是与粒子数或质量有关的该点的密度。这是大家早就知道的事实。从这个意义上讲宏观量子波函数 $\psi=\psi_0\varphi e^{i\theta}$ 是表示体系的集体效应，即孤立子是在非线性作用下，体系的集体作用造成的稳定“准粒子”或者一种特殊的集体激发状态。我们还可以利用这个波函数形式，它所描述的上述一系列方程式以及相应的孤立子解可解释所发现的超导的完全导电性、完全抗磁性、邻近效应、液氦的超流动性以及它们之中所出现的一系列宏观量子效应[11]。因此，上述非线性量子力学的基本原理的物理理论基础就是现代超导和超流理论。

但是，上述非线性量子力学的基本假设的实验基础就是宏观量子效应。所谓宏观量子效应[13]，就是在宏观尺度上所观察到的一类量子效应，是涉及到这类物质的一系列物理特性的量子化现象，它是迥然不同于用 LQM 描述的微观量子效应，后者是微观粒子的特性如能量、动量和角动量等的量子化现象。现在从实验上已发现许多宏观量子效应，如（1）在超导体中出现了一系列的宏观量子效应。例如磁通量子化，即在临界温度 T_e 之下，冻结在超导环内的磁通量始终是一个量子磁通 $y_0=\frac{\eta c}{2e}=2.07\times10^{-15}$ 韦伯的整倍数存在于第 I 类超导体内。当外磁场 H 大于它的临界磁场 H_{el} 时，磁通线是一根一根地“注入”到超导体内部的。在稳定状态时，这些磁通线（涡旋线）是三角分布的。第二是 Josephson 效应：即在超导结两端加电压 V 时，超导结会辐射频率u =12en /ħ 的相干电磁波。在加外磁场时，I_c-H 曲线和光学中的夫琅和费衍射曲线相似，超导结被微波照射时，其 I-V 曲线出现一系列的台阶。在超流状态时，出现一系列的涡旋线。在二维电子气中；低温和强磁场下，它的霍尔电阻随栅电压变化出现的一系列的台阶的量子霍尔效应等等，都是宏观量子效应的具体表现。我们用上述方程和解，即（11）~（23）式，而不需要任何假设，就可以很好解释这些现象，推算出和它们完全相似的公式结果来。例如可用解（20）式解释超导体中的涡旋线的出现。利用解（13）式的 GL 方程组，可求出 S—N（或 I）—S 和 S—I—N—S 超导结 Josephson 电流公式：$J_s=j_c\sin\psi$，等等。这些研究结果和它们之间的一致性使我们认识到宏观量子效应和非线性作用与孤立子运动有紧密关系，宏观量子效应是处于玻色凝聚态或相干态的物体在宏观尺度上表现出来的不连续性质。但它不是微观粒子的一些基本物理量，如能量、动量和角动量等的量子化，而是体系的一些基本特征如电阻、电流、电压、涡旋线等的量子化。因此，它是在非线性作用下，微观粒子的集体效应，即孤立子运动引起的。这种运动可由偏微分方程：NLSE、ψ^4-场方程和 SG 等方程描述；而不是由 LSE 和 Klien-Gordon 方程表述。因此它不由 LQM 描写，而应建立非线性量子力学理论来描述这种状态和物质体系。由此根据以上宏观量子效应和孤立子运动及非线性作用的紧

密关系及相应的一些结果，我在十多年前提出了上述两条非线性量子力学基本原理[14, 19]。

我们为什么能很快给出上述方程的孤立子解，为什么能明确这些解的意义呢？就是由于有现代孤立子理论。因此非线性量子力学的数学基础是孤立子理论。

四、非线性量子力学的基本理论

根据以上两条基本原理，我们能建立起描述具有量子特征的微观粒子在非线性作用或非线性场中运动规律和特性的非线性量子力学的理论体系。这些理论可简单描述如下：

（I）非线性迭加原理，在 NLQM 中，原来 LQM 中的线性迭加原理 $\Psi = \sum_n C_n y_n$ 不再适用，代之的是非线性迭加原理。这个原理的具体表现形式依体系不同而有不同的形式。对于一般的非线性 Schrödinger 方程和 SG 方程可适用以下非线性迭加原理[17]

$$y_3 = y_0 + 2(l-m)/(j_2'/2 - 2/y_1), j_3' = j_0' + 2(l-m)/(y_1/2 - 2/j') \qquad （23a）$$

对应的 Backland 变换的 $\sum_{i=1} B_i(\mathrm{A}^+)(H_i P' - PH_i) = 0$ （23b）

对于形如 $\psi_{\eta\zeta}=\sin\psi$ 的 SG 方程，有较为简单的非线性迭加原理

$$tg((y_3 - y_0)/4) = \frac{(a_1 - a_0)}{(a_1 + a_2)} tg((y_1 - y_2)/4) \qquad （24）$$

这里 a_1 和 a_2 满足以下的 Backland 变换

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{y_1 - y_0}{2}\right) = a_1 \sin\left(\frac{y_0 + y_1}{2}\right); \frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{y_0 + y_1}{2}\right) = \frac{1}{a}\sin\left(\frac{y_1 - y_0}{2}\right) \qquad （25）$$

在（27）式中若我们知道了（ψ_0，φ_0'），（ψ_1，φ_1'）和（ψ_2，φ_2'）后，便可从（23）式求出第四个解（ψ_3，φ_3'）来。如果我们利用（24）~（25）式，则可由 ψ_0，求出 ψ_1，$\psi_2 \ldots \psi_N$ 等 N-孤立子解来。这是在 LQM 中没有的关系存在，它体现了非线性波的特点。同时可看到非线性量子波函数所满足的迭加原理总是伴随着一个 Backland 变换，它们一起构成了非线性量子波函数的相互变换关系和在非线性量子力学时一空中求其 N-孤立波解的方法。

（II）建立求解非线性方程解及其特征的数学理论基础和方法。这是研究非线性量子力学问题的基础一环。此问题的解依赖于现代孤立子理论，即 NLQM 的数学基础是现代孤立子理论。（这里当然还应包含对非线性量子力学时一空特点的数学描述）。具体包括以下一些问题：首先得从对一个具体的非线性量子力学系统的实际情况出发，建立起相应的哈密顿量和拉格朗日函数，然后从欧拉一拉格朗日方程，论述这些方程的可积性，确定在什么条件下有稳定孤立子解及解的个数。这点是不同于 LQM 中求解问题的方法的，其原因是非线性问题必须得确定这个非线性作用是如何造成的？它有何特点？其非线性作用系数具有什么样的形式。运动方程的解如何求。目前常采用反散射方法，Backland 变换、行波法 Hirota 法、差分格式法、数值解法和微扰法等。对于 V=0 的（24）~（25）式可用反散射方法求出它的解析解。在 V≠0 时，常用行波法，Backland 变换和 Hirota 法求出 N-孤立子解。差分格式和数值解法往往在复杂形式下奏效。当 V 较小时，物理工作者经常采用微扰近似法求解。这种方法的基本精神是：先确定在 V=0 时的解析解 y_0。当外势场 V

很小时，可以假设其系统的解为

$$\psi=\psi_0+\varepsilon_1\psi_1+\varepsilon_2\psi_2+$$

将它代入到原来方程中，分微扰级别，分别求解 ε_1 和 ε_2 等对应的方程式，并求出相应 ψ_1 和 ψ_2 等。则就可以求得 ψ 了。例如

$$y_{tt}-y_{xx}+\sin y+\Gamma y_t=I_0 \tag{26}$$

当 Γ 和 I_0 很小时，可用微扰法求解。设（26）式的解为

$$\psi=\psi_0+\psi_1 \tag{27}$$

将（27）式代入（26）式，得到 ψ_1 的方程

$$y_{1tt}-y_{1xx}-(1-2\sec h^2x)y_1+g\Gamma y_t+br\Gamma y_{1x}=I_0+2br\Gamma\sec hx \tag{28}$$

我们用完备组{f_b（x），f_k（x）}展开 ψ_1 为

$$y_1=y_1b^{(t)}f_b(x)+\int_{-\infty}^{\infty}dky_1(k,t)y_k(x) \tag{29}$$

其中，$f_b(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sec hx,\ f_k(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{e^{ikx}}{\Omega_k}(k+i\tanh x)$ （30）

可求出

$$y_1(k,t)=\frac{x}{\sqrt{2p}\,\Omega_k^3}[kd(k)p/(sh\frac{1}{2}pk)],y_{1t}(t)=2\sqrt{2}(b+\frac{p}{4}\frac{I_0}{r\Gamma})(1-e^{r\Gamma t}) \tag{31}$$

同此 $\quad y_1=2h\sin d\Omega(x-\bar{x})\exp(-2ixx-i2s)$

其中 $\quad h_t=2ph-\dfrac{pE}{2}\sec h\dfrac{ep}{2h}\sin x;x_t=\dfrac{pEx}{2h}\sec h\dfrac{ep}{2h}\sin x$

我们已用微扰法求出了（26）或 y (x）为微扰势时的解。

论证由这些方程求出 ψ 所满足的 N 个守恒定律的表示式，特别是质量、动量和能量等常见的几个守恒定律的表示式来。

（III）建立非线性傅立叶变换的表示式。因为在非线性量子力学中，原来的线性傅立叶变换：$y(p,t)=\dfrac{1}{(\sqrt{2p\eta})^3}\int y(r,t)\exp(-i\vec{P}\cdot\vec{r}/\eta)dt$ 不再成立了。对于非线性傅立叶变换的具体表示式可从反散射方法的散射数据的推导中得出来。对于 NLSE 它可以表示成

$$r(x,t)=-gm^{1/2}\eta^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}y^*(x,t)e^{-i2xx}dx+s(g^3) \tag{32}$$

其中 g 的最低阶就是线性傅立叶变换关系式，σ（g^3）表征了非线性特征，其具体形式依系统不同而不同。

（IV）量子化方法和统计力学。为了把我们这套理论推广到场论和统计物理中，必须建立量子化方法。当前仍主要采用正则量子化方法和路径积分的方法和其它方法。李正道

等人[21]建立的非线性量子场方程的正则量子化主要有以下步骤。让我们考虑 N-分量实际量场 ψ，其对应的拉氏函数密度为

$$L=-\frac{1}{2}\sum_i\left(\frac{\partial y_i}{\partial x_i}\right)^2-g^{-2}V(gy^i) \tag{33}$$

这里参数 g 起耦合常数作用。现设

$$[y'(R,T)]_{e1}=g^{-1}s^i(r,t,z_1\ldots z_k) \tag{34}$$

是单个孤立子的经典解，其中 σ^i 满足

$$\frac{\partial^2 s^i}{\partial x_m^2}-\frac{\partial V(s^i)}{\partial s^i}=0 \qquad (\mu=1,2,3) \tag{35}$$

对于具体的 SG 方程，σ（x,z）=4ean^{-1} • exp[r_μ（x-z）μ^z]。其正则量子化方法是对满足（35）式的孤立子解向经典孤立子解 $g^{-1}\sigma$ 展开。即

$$y'(r,t)=q^{-1}s(r^{-1},z_1,\ldots z_k)+\sum_{n=k+1}^{\infty}g_n(t)y_n'(r,z_1,\ldots z_k) \tag{36}$$

这里 q_n（t）是满足正则对易关系

$$[q_i(x,t),q_j^{-1}(y,t)]=d_{ij}d(x-y) \tag{37}$$

而 N-分量函数 ψ_i 满足以下的约束条件和正交条件

$$\sum_{i=1}^{N}\int y_n'\frac{\partial s'}{\partial z_k}dt=0,\sum_{i=1}^{N}y_n'y_{n'}'dt=d_{nn'} \tag{38}$$

经过适当的运算，可以求得

$$idP_k mT+\int_0^{mT}P_k dz_k-\sum_l\left(N_l'+\frac{1}{2}\right)w_n=2pn \tag{39}$$

或 $$\int_0^{mT}\left\{P_k(z_k)+\frac{1}{m}[e_a-\frac{1}{2}\sum_n w_n(d_k)]\right\}dz_k=2pn$$

这里 N_l' 是占据数，即 N_l'=0,1,2,…,ω_n 是静态孤立子解 σ（r,z_1，…z_k）在小振动时的单一振动频率。

当然我们还可以采用正则二次量子化方法，直接对波函数量子化。引入产生和消灭算符。这种方法在定态问题和求动态分布时常采用。

我们还应建立非线性量子散射理论包括孤立子之间和孤立子与其它准粒子之间的散射理论以及非线性统计物理的理论，这些东西太复杂、内容多，请参考我们的著作[1-3,28-35]。

以上是我们建立的非线性量子力学的理论的基本内容。很明显，它与 LQM 不同，但我们不是否定原来的 LQM，而是承认它仍是正确，只是认为它是一个近似的、线性理论，

仅能描述微观粒子在线性场中的波动特性。我们这里的 NLQM 就是在它的基础上，把量子力学从线性范围推广到非线性情况下的结果。NLQM 能正确、全面描述微观粒子的波-粒双重性所有基本特性。

五、理论的突破和粒子局域的机制

总结起来，我们建立的这一套非线性量子力学有以下两大突破：

（1）突破原有 LQM 的线性。我们大胆建立了非线性量子力学理论，即非线性的力学方程和非线性的迭加原理。把粒子的波函数和哈密顿函数都建立在非线性的空间一时间中。

（2）突破原有 LQM 中的系统哈密顿标符与粒子的状态波函数无关的基本假设，现在的哈密顿标符与波函数 ψ（x, t）有关，并是它的非线性函数。对于（7a）的哈密顿算符为

$$\hat{H} = \frac{\eta^2}{2m}|\nabla|^2 - k|y|^2 + V(x) \tag{40}$$

它与粒子波函数 $y(x,t)$ 有关.这些突破使非线性量子理论是一个新理论，是原理论的发展。

在这新理论中，微观粒子是局域的。那么粒子是如何局域的，它的机理是什么？如果把上述哈密顿标符在其本征态中写出可得：

$$H|y\rangle = (\frac{\eta^2}{2m}\nabla^2 + V(x))|y\rangle - k|y|^2|y\rangle \tag{41}$$

于是可近似得： $E \approx E_0 - k|y|^2$。这表明微观粒子在变成孤立子时能量减少，而处于一个稳定态之中。在孤立子的能量和正常粒子的能量之间有一个能隙 E_0-E>0。这些能隙的大小与粒子状态有关。能产生这能隙的方法和机制有自陷，自局域、自凝聚、自相互作用等多种形式。何谓这些机制？它是如何产生的。请参考作者的专著。

六、由此理论得到的一些基本结果。

在我著的书中用了很大篇幅来论述此问题，因为这个问题是非线性量子力学的灵魂。（1），在（7）式中的 ψ（x,t）表示的是一种具有钟型的孤立波。它是一种特殊的波，但不是线性波或一般的德布罗依物质波或布洛波赫波。在其中的包络表示了粒子的状态和质心的位置，相关的载波表示了波动的特性。具体讲，非线性量子力学所描写的是一种孤立子的运动。这类广延的物质客体是由微观粒子在非线性作用的作用下由体系的二级相变和对称性自发破缺突变或凝聚而成，也可通过自陷、自聚焦、自局域方式或粒子间的相干方式演变而成的。此时这类客体既保留了粒子的一些特性，即它仍具有波一粒二象性。其波动性表现以一定速度传播的孤立波，它是有可压缩性，有波的反射、透射、散射和夫琅和费衍射和隧道效应等波动特性。孤立波是一个稳定的、不弥散集团，即使在扰动和小的结构变化下还是十分稳定的。这种稳定性表现在两列孤立波相碰撞后，仍可保持波形、振幅和速度不变，最多只有一个相位移动。就象我们在经典力学所观察到的粒子的碰撞情况一样，这一特性的存在充分显示了孤立子是一个客观现实的物质粒子。孤立子这种稳定的局域性可从数学上的偏微分方程解的稳定性理论来加以严格证明，也可以运用物理理论如能量极小值原理和孤立子总是比一般微观粒子的正常态降低了足够能量后形成的物理事实来得到证实。它是稳定局域的客体。还可以从实验观察中得到证实，证明这类孤立子是稳

定局域的。这些实验已在有机晶体 ACN、蛋白质、聚乙炔、光纤和液态水等的实验中观察到这类孤立子是十分稳定的，有些已运用于工业生产中如光纤孤立子通讯。因此由（24）~（26）描述的粒子的稳定和局域性是应得到肯定的。因此在非线性量子力学决不会出现 LQM 中长期迷惑不解的“幽灵”问题。

（2）Schrödinger 孤立子服从一些经典运动规律。从（7）式的运动方程可以得到下面准牛顿方程

$$\frac{d^2<x>}{dt^2}=-2<\frac{\partial U}{\partial x}> \tag{42}$$

其中，$\frac{d^2<x>}{dt^2}=\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty}y^*xy\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty}y^*y\,dx}\right)$ $<\frac{\partial U}{\partial x}>=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}y*\frac{\partial U}{\partial x}y\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty}y^*y\,dx}$ （43）

对于这类钟型孤立子，我们还可以得到

$$\frac{d^2<x>}{dt^2}=-2\frac{\partial U(<x>)}{\partial<x>}\quad, \tag{44}$$

也可以推出以下的哈密顿方程：

$$\frac{dk}{dt}=-\frac{\partial w}{\partial x}|_k,V_g=\frac{dx}{dt}=\frac{\partial w}{\partial k}|_k \tag{45}$$

运用这些结果可以得到（3）和（4）式的孤立子是在作匀加速运动，对于（5）式的孤立子是作匀速运动，对于（6）式的孤立子是在作谐振运动，等等。这和经典的相应结果基本一致。如果微观粒子在具有粘滞性的介质中运动时可以它的布朗运动规律，也与经典粒子一样。

由于在非线性量子力学理论哈密顿方程和拉格朗日一欧拉方程可以使用，则我们可以从哈密顿量或拉格朗日量直接导出它们的运动方程。这充分体现在非线性量子力学中的微观粒子的经典特性。但研究它的量子特性时，必须对波函数进行二次量子化。从量子哈密顿标符出发，用 Heisenberg 方程也可以导出运动方程。

（3）Schrödinger 孤立子具有确定的位置和动量，这个粒子的位置就是在孤立波的中心，它的运动速度就是这个包络波的群速度和相应的动量。它也可以从公式：$<x>=\bar{x}=\int_{-\infty}^{\infty}y^*xy\,/\int_{-\infty}^{\infty}y^*y\,dx,\frac{d\bar{x}}{dt}=u_g=\frac{d}{dt}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}y^*xy\,dx/\int_{-\infty}^{\infty}y^*y\,dx\right\}$ 和 $P=m\int y_t y_x dx$ 等公式来确定，对于（3）式 $\bar{x}=0$、$u_g=u_e$，对于（4）式 $\bar{x}=u_e t$、$u_g=u_e$，对于（5）式 $\bar{x}=x_0$、$u_g=(2bt-c)$，也可以从实验中测定出来。于是在一定程度上可以同时确定这些孤立子的坐标和动量。同时，从以上解形式和研究过程中可看出，位置和粒子的动量并未构成一对共轭量，再因在非线性情况下，厄米线性算符和线性迭加原理及线性傅立叶变换等关系并不存在，在这种情况下我们不能按原来 LQM 中的方法来建立。而且这个关系的物理意义已经淡化了。如果硬要求出这个关系，我们计算了在 NLQM

中它们变成$\Delta x\Delta p=\frac{p}{6}$（经典情况）或$\frac{\eta}{2}$（量子情况）。这个表示式充分体现在 NLQM 中的粒子同时具有波一粒双重性。众所周知，只有经典的宏观粒子才有$\Delta x\Delta p=0$关系，即才能同时精确测准它们的运动坐标。于是在 LQM 中长期争论的这个问题在 NLQM 中是可以很好解释和解决。这一深入和对照研究使我们清楚认识到测不准关系的真正物理意义和本质，即测不准关系是微观粒子在色散作用场或介质中运动时在线性场中的一个基本关系式，它表现了粒子的弥散性和波动性。但不是一切微观粒子都具有相同。当其粒子受到非线性作用时，非线性作用抑制了这种特性的出现，使粒子变成在某种程度上可以确定性描述的实体，这时对测不准关系改变，因此我们要对测不准关系应有新的认识。

（4）在方程中的ψ（$\vec{r}$,t）波函数描述了一个具体物理粒子，则它的绝对值的平方｜ψ|^{2}不再表示在时—空某一点的几率密度，而表示粒子在该点存在的密度大小，即｜ψ|^{2}紧密与粒子的质量密度相关。它也可归一化，但其物理意义不再表示在此空间一定能找到这个粒子，而是表示此空间中的粒子总数是一定的。

（5）Schrödinger 孤立子是 NLSE 的非线性波解。它不是线性算符的本征态，因而它不再满足线性迭加原理$y=\sum_k C_k y_n$。两列孤立波迭加可以产生一个、二个、三个等多个孤立波，其情况多样，依具体的物理条件的不同而不同。

（6）Schrödinger 孤立子也满足通常的守恒定律,。如质量守恒：$\frac{\partial M}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\int r dx$，动量守恒：$\frac{\partial P}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\int r dx=0$，能量守恒：$\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\int e dx$，其中：

$$r=|y|^2, p=-i(y^*\frac{\partial y}{\partial x}-y\frac{\partial y}{\partial t}), j=i(y^*\frac{\partial y}{\partial x}-y\frac{\partial y^*}{\partial t}), e=\left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|^2-\frac{1}{2}b|y|^4+V|y|^2$$

。这结果表明处在非线性场中的粒子依然遵守通常物质所应当遵从的规律，即所存在的非线性作用并不改变粒子所存在的时—空的各种对称性。

（7）Schrödinger 孤立子是一个物理粒子，它具有一切物质所具有的基本特性，即有确定的能量、质量动量、电荷及自旋等。例如在（2）式中当 V=0 式的孤立子质量 $M=\frac{4}{6\eta}\sqrt{mb}$，能量$E=\frac{1}{2}Mu_e^2-\frac{16}{3}\sqrt{mb}/6\eta+VM+\frac{4\sqrt{2m}}{36\eta}b^{b/2}$。

（8）我们可以把（2）式推广到相对论情况下，这时可得到非线性 Klein-Gordon 方程（NLKGE），它与 NLSE 的关系很类似于在 LQM 中的 LSE 与线性 Klein-Gordon 方程之间的关系。这时（2）式所对应的相对论形式有两种形式，即ψ^4-场方程（4）式

它有 Kink 孤立子解：$y=\sqrt{V/b}\,th(x-u_e t)e^{ikx-at}$（但它也存在波包式的钟形孤立子解如（3)式,)和 Sine-Gordon 方程(SGE)(8)式。它也有 Kink 孤立子解：$y=\pm 4\tan^{-1}(x-u_e t)$，

但（8）式可以看成（9）式的一种特殊情况。它们都具有相对论协变式，满足洛仑兹变换。这结果表明在非线性场中高速运动的粒子仍未改变再线性相对论的规律。即虽然非线性作用改变了微观粒子的性质，但并未改变粒子作为一种物质所应遵从的普遍规律。这一方面反映了我们建立的理论的正确性和自洽性，另一方面也加深了我们对粒子本性的认识。另外，从上面的结果看到高速运动在某种情况下可以改变其孤立子形态和振幅，由非相对论的波包孤立子变成相对论下的 Kink 孤立子，同时，我们还可以证明在非相对论近似下，从 ψ^4-场方程退化为 NLSE，和在 LQM 中 LSE 和 LKGE 的关系一样。

以上就是把描述微观粒子的运动方程推广到非线性情况下得到的 NLSE 所描述的粒子（孤立子）的性质。现在的问题是自然界是否真正存在有以上方程描述的物理系统和粒子？这样的物理系统具有何特性？这样的孤立子是如何形成的？等等问题，在我们的书有详细的描述。

（七）非线性量子力学理论的自洽性和正确性的论证

对于这个问题的论述是较为复杂，我们这里只作简单的概述[1-3]：（I）非线性量子力学是线性量子力学发展的必然结果，我们这里建立的理论是 Schrödinger 等人建立的线性量子力学在非线性作用情况下的必然形式，它也是得布罗意所希望建立的非线性量子力学的形式。这个问题可从两个方面加以说明：如果我们要考虑粒子的非线性作用和空间的对称性，则（7）式是唯一的和基本的形式（当然考虑多阶或多体作用，在（7）式有时还可以出现 $|\psi|^3\psi$， $|\psi|^4\psi$ 等项）。只要有这种非线性作用存在，微观粒子就可局域为稳定的实体。另一方面，如果微观粒子所受的非线性作用与色散作用相比是很小时，它又回到线性 Schrodinger 方程。它和 LQM 其关系类似于相对论与牛顿力学的关系。这表明非线性量子力学与线性量子力学是相互依存的和自洽的，而前者刚好就是后者发展的必然结果与形式。（II），由我们建立的这套理论本身也是自洽的，合乎逻辑的，粒子在低速时遵从非相对论的 NLQM 和 NLSE。当在高速运动时遵从相对论的 NLQM 和非线性 Klein 一 Gordon 方程，它们又可相互变化，即在低速时，可从非线性 Klein 一 Gordon 方程自然得到 NLSE。它们与在线性量子力学中的 LSE 和线性 Klein 一 Gordon 方程之冲击的关系是一致，即理论本身是自洽的。（III），由我们建立的基本假设和理论可以得到非线性量子力学所描述的粒子仍遵守自然界的基本规律，即能量、质量、动量等守恒定律。既然如此，这理论所描述物体一定存在于我们的物质世界中，是物质存在的一种形式，因此我们的理论反映了客观存在的事实，因而是正确的，以上三点表明我们建立的体系是正确的和可信的。（IV），我们的理论是建立在客观存在的宏观量子效应的实验事实基础上的，即通过分析宏观量子效应与孤立子运动和非线性作用的紧密关系基础，运用现代孤立子理论、超导和超流理论建立起来的，因而有可靠的实验基础和理论（包括数学理论）基础，因此是可信的、正确的。这也是我们称这个理论为非线性量子力学的原因，即它本身可很好描述宏观量子效应。另外，它本身也是描述具有量子特征的微观粒子的非线性特征，以及它本身仍可进一步量子化，从而可以求出定态系统中量子能级来，和线性情况一样。其具体例子是我们应用定态非线性量子力学理论求出了大分子、小分子、高分子的振动能谱就是一个有力佐证[33]。（V），证明理论的正确性的另一个好方法是把它应用其它具体的物理系统中，能否得可与实验值相比较的结果来。在这方面我们作了大量的工作[1-3，19-38]。我们先后把以上理论运用到生物系统、凝聚态物理系统和高分子系统中去研究了声子、激子、磁子、极化子、光子、电子等多种准粒子在非线性作用或场中通过突变、自陷、自聚值、自局域、自凝聚等

方式变成其各种类型的孤立子的运动规律和特点，得到了与上述粒子特性相同的结果，同时也得出了许多重要的、可与实验值一致的结果，特别是我们深入仔细地研究了生命系统中蛋白质、DNA 和生物自组织中的激子通过自陷形成的孤立子的特点，建立了正确的生物能量传递的新理论。当我们运用这理论来很好解释了肌肉的收缩，生物的自发辐射，电子的迁移等问题，得到了与 Raman 散射和红外吸收等实验中测得的能谱变化的实验值一致的结果，这一方面证实了非线性量子力学的正确性，同时也解决了过去难以解决的问题。显示了非线性量子力学的强有生命力。

由于任何微观粒子都存在于多体多粒子体系中，粒子之间、粒子与环境之间的相互作用是不可避免的。所以非线性相互作用是普遍存在的。而线性作用仅在一些特殊情况下存在。通过这一研究使我们明确微观粒子所受到的非线性作用来源于粒子与粒子相互作用或晶格之间相互作用，如电子（激子）一声子相互作用，磁子与晶场作用等。这些非线性作用使微观粒子自陷、自聚焦、自局域和自凝聚为一个稳定的孤立子。在这种情况下，体系的对称性自发破缺，或发生相变，或使粒子产生相干或凝聚，或出现集体激发和集体与有序运动。因此我们建立的非线性量子力学就是来描述上述这样的体系或系统。具体讲来描述粒子的集体激发，集体和有序运动，及出现相干和凝聚的状态体系，及自组织系统，耗散结构系统和从混沌向有序转换的系统等许多宏观量子效应及非线性量子系统的特征和运动规律的科学。简单地说，如果 LQM 是描述简单的线性量子系统的话，则 NLQM 就是描述有非线性特征的复杂的量子系统包括过去难以研究的生命系统和高分子系统的科学，因此 NLQM 是 LQM 的一大发展。因此我们建立的这个非线性量子力学理论至少有以下三个重要意义：(1)它的提出和建立定会大大推动包括物理、化学、生命科学和高分子科学等在内的非线性科学的发展，在自然科学和社会科学界将引起强烈反响。（2）它有可能更好地解决当代最伟大科学家爱因斯坦与以玻尔为首的哥本哈根学派之间争论了半个多世纪的、一直未解决的线性量子力学中长期存在的问题，能找到存在这些问题的原因和根源，并且已说明了这个理论的局域性和近似性，NLQM 是 LQM 发展的必然。（3）这个理论加深了人们对微观粒子本性的认识，说明了人们的认识能力，这对科学与哲学的发展都有极大的促进作用。

参 考 文 献

[1] 庞小峰，非线性量子理论理论，重庆，重庆出版社，1994
[2] 庞小峰，孤子物理学，成都，四川科技出版社，2003
[3]Pang Xiao-feng, quantum mechanics in nonlinear systems, Singapore, World Scientific Publishing Co.2003
[4] 德布罗意。非线性波动学，中译本。北京：高等教育出版社，1960
[5] B B Baxapob, A II maóam. ЖЗТФ. 1931,61:118
[6] 庞小峰. 物理通报. 1983,(5):6;1986,(3):56
[7] 郭柏灵, 庞小峰. 孤立子, 北京:科学出版社, 1987
[8] 庞小峰。低温与超导.1989,(3):125
[9] Pang Xiao-feng(庞小峰).J Low Temp Phys,1985,58:334
[10] 庞小峰.新疆大学学报，1988,(4):34
[11] 庞小峰,周凌云.昆明共学院学报，1989,(2)156

[12] 庞小峰.科学探索,1986,(4):70
[13] 庞小峰.自然杂志，1982,5:254
[14] 庞小峰.非线性量子理论的问题(讲义),成都:四川师范大学，1985
[15] 庞小峰.潜科学杂志，1986,(3):18; 庞小峰.非线性量子的基本原理与理论，新学科研究，刘洪主编.北京:中国科学技术出版社，P17
[16] 崔洪宏.高等教育研究,1988,(1-2):15
[17] 庞小峰.第三次全国量子力学讨论会论文集，合肥,1984
[18] 庞小峰.四川省第二界物理年会论文集，彭县：1984
[19] 庞小峰.全国原子物理学术会议论文集,昆明:1987
[20] B G Konopelchenko, Phys Lett.1979,74A:189;1982,87A:445
[21] J D Lee et al. Phys Rev(D),1975,12:1606
[22] 庞小峰.生物化学与生物物理学报，1986,1986,18(1):1
[23] 庞小峰.原子与分子物理学报，1986(4):275
[24] 庞小峰.医学物理,1986,(3):8;1990,(3)15;1991,(3):25
[25] 庞小峰.生物物理学报，1994,10(1):64;1993,(4):631.四川大学学报，1994,31(2):207;1993,30(4):402;1992,29(4):491;1993,30(1):48
[26] 庞小峰.湘潭大学学报，1991,17(2):18;1992,18(2):133;1993,20(1):6;1993,20(2):106;1993,20(3):175;1987,(1):9
[27] 庞小峰.原子与分子物理学报，1987,(1):383
[28] Pang Xiao-feng. Phys Rev E, 1994,49(5):4747; ibid 2000,62:6898;
[29] Pang Xiao-feng, J Phys condensed matter 1990,2 :9541;ibid 2000,12:885
[30] Pang Xiao-feng, European Phys. J. B,1999,10:415; ibid 2001,19:297
[31] Pang Xiao-feng, Phys.Lett.A,1999,259:466; E.Majernikova and PangXiao-feng,ibid 1997,230:89; Physica D 2001,154:138
[32] Pang Xiaofeng,J.Phy.Chem.Solids,2000,61:701;ibid,2001,62:491;ibid 2001,62: 793; Chem.Phys.Lett.392(2003)369
[29] Pang Xiao-feng. Chinese Science Bulletin,1993,38(11):1040;1993,38(19):1665;1993,38(15):1517;1993,38(18)1557
[30] Pang Xiao-feng, Chinese Phys Lett.1993,10(6):381;1993,10(7):43;1993,10(9):517;1999,16:129; 2002,19:1096
[31] Pang Xiao-feng.Phys Stat Sol(b),1993,180:237;ibid,2000,217:887;ibid 2002,229:1397:ibid 2003,229
[32] Pang Xiao-feng. The Principle and theory for nonlinear quantum mechanics,Proc.ICNLP,1098,(Shanghai)and Proc.4th APPC,Seowl,Korea,996
[33] Pang Xiao-feng. Non-linear quantum mechanics. Proc.ICIPES,Biejing,1991,34
[34] Pang Xiao-feng. The elementary principle and theory for non-linear quantum mechanics. Proc.ICMP,Wuhan,991,PF-1
[35] Pang Xiao-feng. The properties of soliton excited in non-linear molecular crystalline material. Proc 6th ICMP,Shenyang,1991.29

PROPERTIES OF MICROSCOPIC PARTICLES IN THE NONLINEAR SYSTEMS AND THEORY OF NONLINEAR QUANTUM MECHANICS

Pang Xiao-feng

Institute of Life Science and Technology,University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, Sichuan, P.R.China

E-mail: pangxf@mail. Sc.cninfo.net

The states and properties of the microscopic particles in the nonlinear systems occur great changes relatively to that in the linear systems due to the nonlinear interactions related to its states we found from the practical studies. Original quantum mechanics is linear in which there are a lot of difficulties , for example, the wave-corpuscle duality of the microscopic particle, which cannot be solved in the framework of this theory. It cannot be used to describe the laws of motion of the microscopic particles in nonlinear systems. Therefore, it is very necessary to develop continuously the quantum mechanics into the nonlinear systems. Based on the close relations among the nonlinear interaction and soliton motions and macroscopic quantum effect, incorporating modern theories of superconductor and superfluid and soliton we proposed and established the fundamental principles and theory of nonlinear quantum mechanics and established its theoretical system. Meanwhile, we give the features of this theory and verified its validity and self-consistence by modern nonlinear and soliton theories.

Key words: nonlinear interaction, quantum mechanics, microscopic parties, soliton, wave-corpuscle duality.